

# جلسه سوم

۱- حل تمرین

۲- مدل قیمت گذاری داراییهای سرمایه ای

۳- نحوه محاسبه ضریب بتا

۴- ارزیابی اوراق بهادار

۵- ارزیابی اوراق قرضه

## حل تمرین

با توجه به ارقام ریسک یک مجموعه سرمایه گذاری برابر است با :

$$\sigma_P = \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \times \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 (0.12)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 (0.11)^2 + 2 \rho_{AB} \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)}$$

$$= \sqrt{0.0089 + 0.0089 \rho_{AB}}$$

فرض الف : ضریب همبستگی  $\rho$  بین  $A$  و  $B$  برابر ۱ باشد یعنی همبستگی مثبت کامل است  
یعنی وقتی ارزش  $A$  درواکشی به تنهایی یا با افزایش می یابد ارزش  $B$  هم دقیقاً  
همان نرخ رشد می کند. در نتیجه ریسک مجموعه سرمایه گذاری برابر است با :

$$\sigma_P = \sqrt{0.0089 + 0.0089 (1)} = \sqrt{0.0178} = 13.34\%$$

فرض ب : اگر ضریب همبستگی مساوی صفر باشد یعنی آنکه بین  $A$  و  $B$  هیچ گونه همبستگی وجود ندارد  
یعنی  $\rho_{AB} = 0$  است پس ریسک مجموعه سرمایه گذاری برابر است با :

$$\sigma_P = \sqrt{0.0089 + 0.0089 (0)} = \sqrt{0.0089} = 9.43\%$$

فرض ج : اگر  $\rho = -1$  باشد یعنی همبستگی  $A$  افزایش ارزش می یابد  $B$  دقیقاً به همان  
نرخ کاهش ارزش می یابد در چنین مواردی ریسک می تواند کاملاً حذف شود یعنی ریسک برابر  
است با :

$$\sigma_P = \sqrt{-0.0089 + -0.0089 (-1)} = 0$$

# مدل قیمت گذاری داراییهای سرمایه ای (CAPM)

## داراییهای سرمایه ای :

داراییهایی هستند که در جریان عادی کسب و کار شرکت فروخته نمی شوند و به دلیل نقش مستقیمشان در فعالیتهای اقتصادی نگه داری می شوند .

ریسک یک ورقه بهادار صرفه نظر از نوع آن به دودسته تقسیم می شود :

دسته اول : ریسکی که ناشی از عوامل داخلی خود شرکتها بوده و تنها بر همان شرکتها اثر می گذارد مانند ریسک مدیریت .

دسته دوم : ریسکی که ناشی از عوامل بازار بوده و تقریباً به طور نسبی بر تمامی شرکتها اثر می گذارند . مانند ریسک نرخ بهره .

عوامل دسته اول قابل اجتناب هستند یعنی می توان با انتخاب یک شرکت مناسب برای سرمایه گذاری آن را کاهش داد یا حذف نمود به این دسته از عوامل قابل کنترل و قابل اجتناب ، غیر سیستماتیک و به ریسکی که بر اثر این عوامل به وجود می آید ریسک غیر سیستماتیک می گویند .

نکته : ریسک ناتوانی در پرداخت و ریسک تجاری و ریسک نقدینگی در این گروه ( غیر سیستماتیک یا قابل اجتناب ) قرار می گیرند .

# ریسک سیستماتیک

اما عوامل دسته دوم قابل اجتناب نیستند و به عبارتی این عوامل در صورت وقوع تمامی شرکتها را به طور نسبی تحت تاثیر قرار می دهند. به ریسکی که ب اثر این عوامل به وجود می آید ریسک غیر قابل اجتناب یا ریسک سیستماتیک می گویند.

نکته : ریسک قدرت خرید ریسک نرخ بهره و ریسک بازار در این دسته قرار می گیرند .

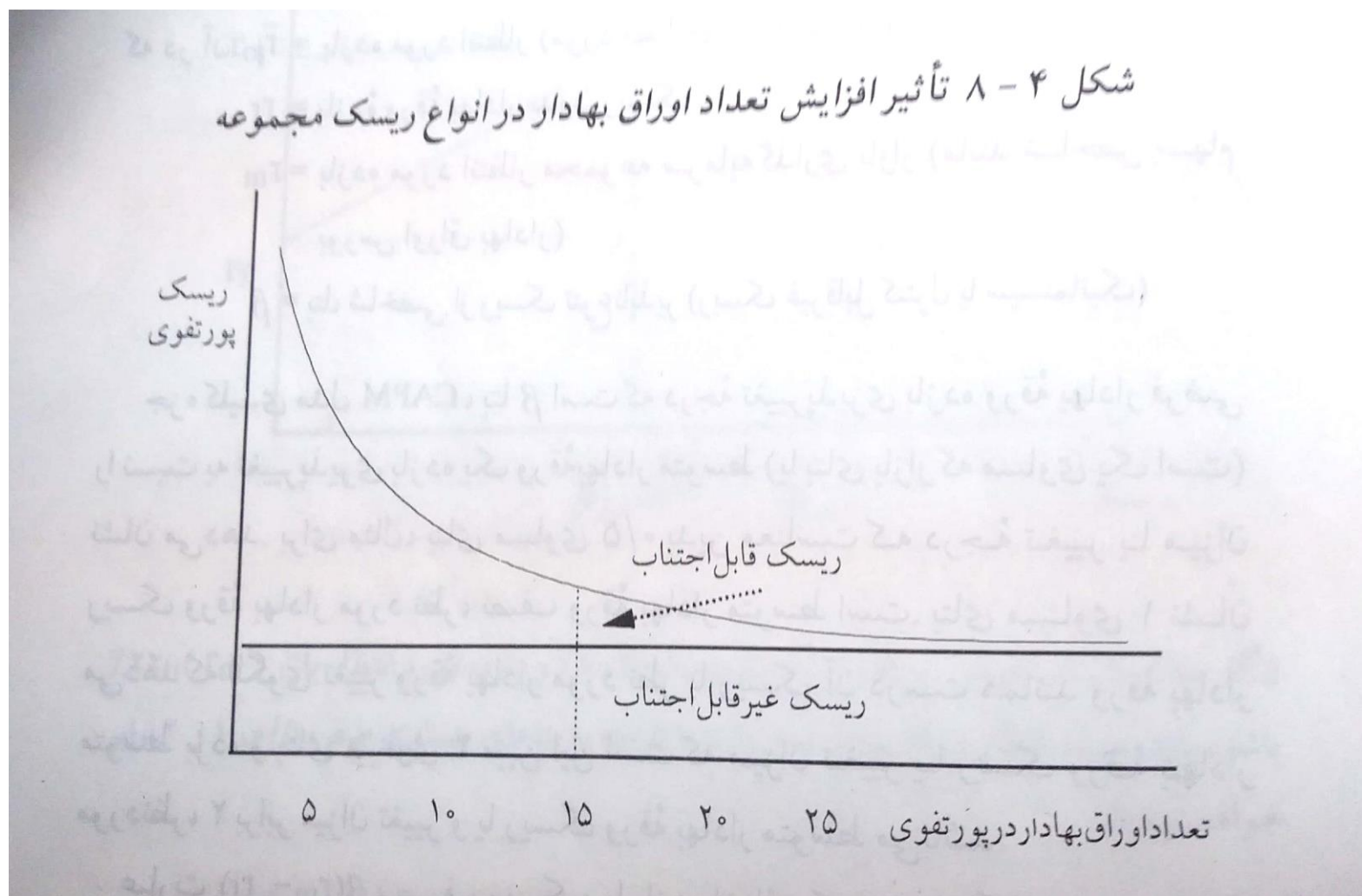
نکته : ریسک غیر سیستماتیک را می توان با انتخاب مناسب حذف کرد اما چیزی که از نظر سرمایه گذار به عنوان ریسک اصلی باقی می ماند همان ریسک سیستماتیک یا تنوع ناپذیر است .

محاسبه ریسک سیستماتیک :

برای محاسبه ریسک سیستماتیک میزان حساسیت یک شرکت یا یک دارایی خاص در ارتباط با عوامل ریسک زای بازار سنجیده می شود . به عبارت دیگر ریسک سیستماتیک یک ورقه بهادار میزان حساسیت و تغییر پذیری بازده آن ورقه بهادار در مقابل تغییرات به وجود آمده در بازده بازار است . ریسک سیستماتیک بتا هم نامیده می شود .

نمودار ریسک سیستماتیک و غیر سیستماتیک در یک مجموعه ای از سرمایه گذاریها به صورت زیر است :

نمودار ریسک سیستماتیک و غیر سیستماتیک در یک مجموعه ای از سرمایه گذاریها به صورت زیر است :





## مدل قیمت گذاری داراییهای سرمایه ای

این مدل بین ریسک یک ورقه بهادار یا بتا و سطح نرخ بازده مورد انتظار یا مورد مطالبه آن ارتباط برقرار می کند. این مدل که خط بازار ورقه بهادار (SML) نامیده می شود به صورت زیر بیان می شود:

$$\bar{r}_j = r_f + \beta (r_m - r_f)$$

که در آن:  $\bar{r}_j$  = بازده مورد انتظار (مورد مطالبه) ورقه بهادار j

$r_f$  = بازده ورقه بهادار بدون ریسک

$r_m$  = بازده مورد انتظار مجموعه سرمایه گذاری بازار (مانند شاخص سهام بورس اوراق بهادار)

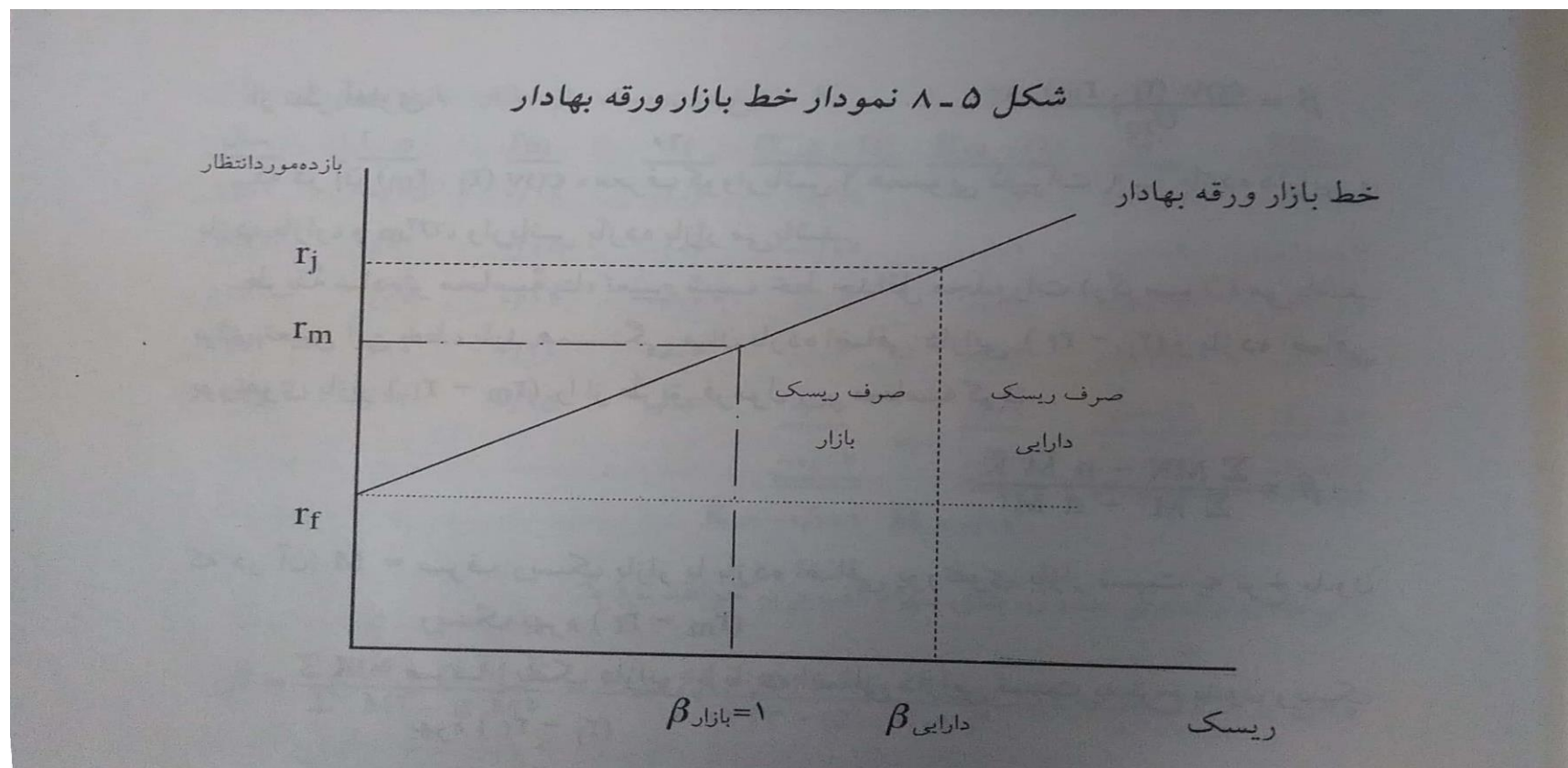
$\beta$  = بتا، شاخصی از ریسک تنوع ناپذیر (ریسک غیر قابل کنترل یا سیستماتیک)

نکته : جزء کلیدی مدل CAPM بتا است که درجه تغییر پذیری بازده ورقه بهادار فرضی را نسبت به تغییر پذیری بازده یک ورقه بهادار متوسط (یا بتای بازار که مساوی یک است) نشان میدهد . مثلاً بتای مساوی ۰/۵ یعنی درجه تغییر یا میزان ریسک ورقه بهادار مورد نظر نصف ورقه بهادار متوسط است .

نکته : عبارت زیر صرف ریسک یا بازده اضافی که سرمایه گذار برای جبران پذیرش یک سطح ریسک خاص مطالبه می کند نامیده می شود .

$$+ \beta (r_m - r_f)$$

## شکل ۵-۸





مثال :

مثال ۸-۹ با فرض این که نرخ بدون ریسک  $r_f$ ، ۸٪ و بازده مورد انتظار بازار  $(r_m)$ ، ۲۲٪ باشد، بازده مورد انتظار ورقه بهادار  $j$ ،  $(r_j)$ ، با توجه به بتاهای مساوی صفر، ۰/۵، ۱ و ۲ برابر خواهد بود با:

$$\beta = 0 \text{ (ورقه بهادار بدون ریسک)} \quad r_j = 8\% + 0 \times (22\% - 8\%) = 8\%$$

$$\beta = 0.5 \quad r_j = 8\% + 0.5 \times (22\% - 8\%) = 15\%$$

$$\beta = 1 \text{ (پورتفوی بازار)} \quad r_j = 8\% + 1 \times (22\% - 8\%) = 22\%$$

$$\beta = 2 \quad r_j = 8\% + 2 \times (22\% - 8\%) = 36\%$$

## محاسبه ضریب بتا :

برای اندازه گیری ریسک سیستماتیک یک دارایی ، یا بتا باید ارتباط میان بازده دارایی و بازده بازار ( که می تواند بازده یک شاخص با اهمیت مانند شاخص سهام بهای بورس باشد ) را تعیین کرد . این ارتباط را می توان از طریق آماری به وسیله تعیین ضریب همبستگی بین بتزده دارایی و بازده بازار محاسبه کرد .

$$\beta = \frac{\text{COV} (I_j, I_m)}{\sigma_m^2}$$

از نظر آماری

که در آن  $\text{COV} (I_j, I_m)$  ، معرف کوواریانس ( همسویی تغییرات ) بین بازده دارایی و بازده بازار ، و  $\sigma_m^2$  ، واریانس بازده بازار می باشد .  
طریقه ساده تر محاسبه بتا ، تعیین شیب خط حداقل مجذورات (رگرسیون) می باشد .  
برای تعیین این خط ، باید همبستگی میان بازده اضافی دارایی  $(I_j - I_f)$  و بازده اضافی پورتهوی بازار  $(I_m - I_f)$  را از طریق فرمول زیر محاسبه کرد :

$$\beta = \frac{\sum MK - n \bar{M} \bar{K}}{\sum M^2 - n \bar{M}^2}$$

که در آن :  $M$  = صرف ریسک بازار یا بازده اضافی پورتهوی بازار نسبت به نرخ بدون ریسک بهره  $(I_m - I_f)$

$K$  = صرف ریسک دارایی یا بازده اضافی دارایی نسبت به نرخ بدون ریسک بهره  $(I_j - I_f)$

$n$  = تعداد سالها

$\bar{M}$  = میانگین  $M$

$\bar{K}$  = میانگین  $K$

مثال :

مثال ۱۰ - ۸ داده‌های زیر در مورد سهم الف و پورتنوی بازار در دست است:

نرخهای بازده تاریخی		سال
$r_m(\%)$	$r_f(\%)$	
۱۰	-۵	۱۳۸۱
۸	۴	۱۳۸۲
۱۲	۷	۱۳۸۳
۲۰	۱۰	۱۳۸۴
۱۵	۱۲	۱۳۸۵

با فرض این که نرخ بدون ریسک ۶٪ باشد، برای محاسبه بتای سهم الف، می توان از جدول صفحه بعد که عملیات محاسبه را آسان می سازد، استفاده کرد:



حل :

سال	$r_f$	$r_m$	$r_f$	$(r_f - r_m)$	$(r_m - r_f)$	$M^2$	$MK$
۱۳۸۱	-۰/۰۵	۰/۱۰	۰/۰۶	-۰/۱۱	۰/۰۴	۰/۰۰۱۶	-۰/۰۰۴۴
۱۳۸۲	۰/۰۴	۰/۰۸	۰/۰۶	-۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۰۴	-۰/۰۰۰۴
۱۳۸۳	۰/۰۷	۰/۱۲	۰/۰۶	۰/۰۱	۰/۰۶	۰/۰۰۳۶	۰/۰۰۰۶
۱۳۸۴	۰/۱۰	۰/۲۰	۰/۰۶	۰/۰۴	۰/۱۴	۰/۰۱۹۶	۰/۰۰۵۶
۱۳۸۵	۰/۱۲	۰/۱۵	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۹	۰/۰۰۸۱	۰/۰۰۵۴
				-۰/۰۲	۰/۳۵	۰/۰۳۳۳	۰/۰۰۶۸
				$\bar{K} = -۰/۰۰۴$	$\bar{M} = ۰/۰۷$		

با توجه به داده‌های جدول، بتای سهام الف برابر خواهد بود با:

$$\beta = \frac{\sum MK - n \bar{M} \bar{K}}{\sum M^2 - n \bar{M}^2} = \frac{۰/۰۰۶۸ - (۵)(-۰/۰۰۴)(۰/۰۷)}{۰/۰۳۳۳ - (۵)(۰/۰۷)^2} = \frac{۰/۰۰۸۲}{۰/۰۰۸۸} = ۰/۹۳$$

## ارزیابی اوراق بهادار:

برای ارزیابی هر ورقه بهاداری کافی است جریانهای نقدی آتی شامل سود یا بهره های دریافتی ورقه بهادار و هرگونه ارزش نهایی شامل بهای اسمی یا قیمت فروش (در صورت وجود) شناسایی شده و سپس با استفاده از نرخ بازده مورد انتظار سرمایه گذار، ارزش فعلی آنها محاسبه شود. نتیجه حاصله ارزش ورقه بهادار یا ارزش ذاتی آن خواهد بود. از نظر ریاضی مدل ارزیابی به صورت زیر تعریف می شود:

$$V = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

که در آن:  $V$  = ارزش ذاتی یا ارزش فعلی یک دارایی

$CF_t$  = جریانهای نقدی آتی مورد انتظار دوره های  $t=1$  تا  $n$

$r$  = نرخ بازده مورد انتظار سرمایه گذاران

این مدل را می توان با تعدیلات لازم برای ارزیابی انواع اوراق بهادار بکار برد.



## ارزیابی اوراق قرضه

اوراق قرضه اوراق بهادار قابل معامله ای هستند از نوع بدهی که معرف مبلغی وام با بهره معین که تمامی یا اجزای آن باید در موعد یا مواعد معینی مسترد شوند . دارنده اوراق قرضه که در واقع سرمایه گذار محسوب می شود با خرید اوراق قرضه جریانی ادواری از درآمد تحت عنوان بهره و اصل مبلغ وام تا پایان دوره سرمایه گذاری یا عمر اوراق قرضه دریافت می کند . با توجه به تعریف ارزیابی اوراق قرضه مستلزم شناخت سه عامل اساسی است :

۱- مقدار جریان نقدی که توسط سرمایه گذار دریافت می شود شامل بهره های دریافتی طی عمر قرضه و ارزش اسمی آن در تاریخ سررسید .

۲- تاریخ سررسید بدهی

۳- نرخ بازده مورد انتظار سرمایه گذاران

ارزش یک ورقه قرضه به صورتی ساده ، ارزش فعلی جریانهای نقدی آن است . با توجه به نوع پرداخت بهره که معمولاً شش ماهه و یکساله می باشد ارزیابی قرضه به شرح زیر است :

اگر پرداخت‌های بهره به صورت سالانه باشد:

$$V = \sum_{t=1}^n \frac{I}{(1+r)^t} + \frac{M}{(1+r)^n} = I \times PVIFA_{r,n} + M \times PVIF_{r,n}$$

که در آن:  $I$  = بهره پرداختی سالانه = ارزش اسمی قرضه ضربدر نرخ بهره

$M$  = ارزش اسمی یا ارزش در سررسید

$r$  = نرخ بازده مورد انتظار سرمایه‌گذاران

$n$  = تعداد سالها تا سررسید

$PVIFA_{r,n}$  = فاکتور ارزش فعلی اقساط مساوی (ضمیمه د)

$PVIF_{r,n}$  = فاکتور ارزش فعلی (ضمیمه ج)

مثال ۱۱-۸ اوراق قرضه ۱۰ ساله‌ای را در نظر بگیرید که نرخ کوپن پرداختی آن ۱۸٪ و ارزش اسمی آن ۱۰,۰۰۰ ریال است. سرمایه‌گذاران با توجه به سطح ریسک این قرضه، انتظار نرخ بازدهی معادل ۲۰٪ دارند. بهره سالیانه این قرضه ۱,۸۰۰ ریال  $(10,000 \times 18\%)$  و

ارزش فعلی این قرضه برابر است با:

$$V = \sum_{t=1}^n \frac{I}{(1+r)^t} + \frac{M}{(1+r)^n} \quad \text{یا} \quad = I \times PVIFA_{r,n} + M \times PVIF_{r,n}$$

$$V = \sum_{t=1}^{10} \frac{1,800}{(1+0/2)^t} + \frac{10,000}{(1+0/2)^{10}}$$

$$= 1,800 \times PVIFA_{\%20,10} + 10,000 \times PVIF_{\%20,10} \quad \text{یا}$$

$$= 1,800 \times 4/1925 + 10,000 \times 0/1615 = 7,546/5 + 1,615 = 9,161/5 \quad \text{ریال}$$

اگر پرداخت‌های بهره قرضه شش ماهه باشد، محاسبه به صورت زیر خواهد بود:

$$V = \sum_{t=1}^{2n} \frac{I \div 2}{(1 + \frac{r}{2})^t} + \frac{M}{(1 + \frac{r}{2})^{2n}} = \frac{I}{2} \times PVIFA_{r \div 2, 2n} + M \times PVIF_{r \div 2, 2n}$$



مثال ۱۲ - ۸ اطلاعات مثال ۱۱ - ۸ را مجدداً در نظر بگیرید. در صورتی که فرض کنیم پرداخت بهره شش ماهه است، ارزش قرضه برابر خواهد شد با:

$$V = \sum_{t=1}^{2n} \frac{I \div 2}{(1 + \frac{r}{2})^t} + \frac{M}{(1 + \frac{r}{2})^{2n}} = \frac{I}{2} \times PVIFA_{r \div 2, 2n} + M \times PVIF_{r \div 2, 2n}$$

$$= \sum_{t=1}^{20} \frac{900}{(1 + 0/100)^t} + \frac{10,000}{(1 + 0/100)^{20}} = 900 \times PVIFA_{\%10, 20} + 10,000 \times PVIF_{\%10, 20}$$

$$= 900 \times 8/5136 + 10,000 \times 0/1486 = 7,662/2 + 1,486 = 9,148/2 \text{ ریال}$$

در صورتی که اوراق قرضه فاقد سررسید باشد، با ساده کردن مدل اصلی، ارزش آن به سادگی از رابطه زیر بدست می آید:

$$V = \frac{I}{r}$$



# جدول ارزش فعلی (ج) pvif

ضمیمه ج : جدول ارزش فعلی  $PVIF = \frac{1}{(1+i)^n}$

n \ i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0.9901	0.9803	0.9706	0.9609	0.9513	0.9417	0.9322	0.9227	0.9133	0.9039	0.8945	0.8851	0.8758	0.8665	0.8572	0.8479	0.8386	0.8294	0.8201	0.8109	0.8017	0.7925	0.7833	0.7741	0.7650	0.7558	0.7467	0.7375	0.7284	0.7193
2	0.9803	0.9609	0.9417	0.9227	0.9039	0.8851	0.8665	0.8479	0.8294	0.8109	0.7925	0.7741	0.7558	0.7375	0.7193	0.7011	0.6830	0.6649	0.6468	0.6287	0.6107	0.5927	0.5747	0.5567	0.5387	0.5207	0.5027	0.4847	0.4667	0.4487
3	0.9706	0.9417	0.9133	0.8851	0.8572	0.8294	0.8017	0.7741	0.7467	0.7193	0.6920	0.6649	0.6375	0.6107	0.5833	0.5567	0.5300	0.5033	0.4767	0.4500	0.4233	0.3967	0.3700	0.3433	0.3167	0.2900	0.2633	0.2367	0.2100	0.1833
4	0.9609	0.9227	0.8851	0.8479	0.8109	0.7741	0.7375	0.7011	0.6649	0.6287	0.5927	0.5567	0.5207	0.4847	0.4487	0.4127	0.3767	0.3407	0.3047	0.2687	0.2327	0.1967	0.1607	0.1247	0.0887	0.0527	0.0167	0.0007	0.0000	0.0000
5	0.9513	0.9039	0.8572	0.8109	0.7650	0.7193	0.6736	0.6287	0.5833	0.5387	0.4933	0.4487	0.4033	0.3579	0.3125	0.2671	0.2217	0.1763	0.1309	0.0855	0.0401	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.9417	0.8851	0.8294	0.7741	0.7193	0.6649	0.6107	0.5567	0.5027	0.4487	0.3947	0.3407	0.2867	0.2327	0.1787	0.1247	0.0707	0.0167	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.9322	0.8665	0.8017	0.7375	0.6736	0.6107	0.5468	0.4829	0.4190	0.3551	0.2912	0.2273	0.1634	0.1000	0.0361	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.9227	0.8479	0.7741	0.7011	0.6287	0.5567	0.4847	0.4127	0.3407	0.2687	0.1967	0.1247	0.0527	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.9133	0.8294	0.7467	0.6649	0.5833	0.5027	0.4211	0.3395	0.2579	0.1763	0.0947	0.0131	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	0.9039	0.8109	0.7193	0.6287	0.5387	0.4487	0.3579	0.2671	0.1763	0.0855	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11	0.8945	0.7925	0.6920	0.5927	0.4933	0.3947	0.2961	0.1975	0.0989	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12	0.8851	0.7741	0.6649	0.5567	0.4487	0.3407	0.2327	0.1247	0.0167	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	0.8758	0.7558	0.6375	0.5207	0.4033	0.2867	0.1700	0.0533	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
14	0.8665	0.7375	0.6107	0.4847	0.3579	0.2327	0.1060	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
15	0.8572	0.7193	0.5833	0.4487	0.3125	0.1787	0.0450	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
16	0.8479	0.7011	0.5567	0.4127	0.2671	0.1247	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
17	0.8386	0.6830	0.5207	0.3579	0.1975	0.0361	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
18	0.8294	0.6649	0.4933	0.3211	0.1500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
19	0.8201	0.6468	0.4651	0.2833	0.1017	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20	0.8109	0.6287	0.4370	0.2453	0.0537	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
21	0.8017	0.6107	0.4100	0.2183	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
22	0.7925	0.5927	0.3920	0.1903	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
23	0.7833	0.5747	0.3740	0.1723	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
24	0.7741	0.5567	0.3560	0.1607	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
25	0.7650	0.5387	0.3380	0.1487	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
26	0.7558	0.5207	0.3200	0.1367	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
27	0.7467	0.5027	0.3020	0.1247	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
28	0.7375	0.4847	0.2900	0.1127	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
29	0.7284	0.4767	0.2780	0.1007	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
30	0.7193	0.4667	0.2680	0.0887	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

n \ i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
1	0.9901	0.9803	0.9706	0.9609	0.9513	0.9417	0.9322	0.9227	0.9133	0.9039	0.8945	0.8851	0.8758	0.8665	0.8572	0.8479	0.8386	0.8294	0.8201	0.8109	0.8017	0.7925	0.7833	0.7741	0.7650	0.7558	0.7467	0.7375	0.7284	0.7193	
2	0.9803	0.9609	0.9417	0.9227	0.9039	0.8851	0.8665	0.8479	0.8294	0.8109	0.7925	0.7741	0.7558	0.7375	0.7193	0.7011	0.6830	0.6649	0.6468	0.6287	0.6107	0.5927	0.5747	0.5567	0.5387	0.5207	0.5027	0.4847	0.4667	0.4487	
3	0.9706	0.9417	0.9133	0.8851	0.8572	0.8294	0.8017	0.7741	0.7467	0.7193	0.6920	0.6649	0.6375	0.6107	0.5833	0.5567	0.5300	0.5033	0.4767	0.4500	0.4233	0.3967	0.3700	0.3433	0.3167	0.2900	0.2633	0.2367	0.2100	0.1833	
4	0.9609	0.9227	0.8851	0.8479	0.8109	0.7741	0.7375	0.7011	0.6649	0.6287	0.5927	0.5567	0.5207	0.4847	0.4487	0.4127	0.3767	0.3407	0.3047	0.2687	0.2327	0.1967	0.1607	0.1247	0.0887	0.0527	0.0167	0.0007	0.0000	0.0000	
5	0.9513	0.9039	0.8572	0.8109	0.7650	0.7193	0.6736	0.6287	0.5833	0.5387	0.493	0.4487	0.4127	0.3767	0.3407	0.3047	0.2687	0.2327	0.1967	0.1607	0.1247	0.0887	0.0527	0.0167	0.0007	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
6	0.9417	0.8851	0.8294	0.7741	0.7193	0.6649	0.6107	0.5567	0.5033	0.4487	0.3967	0.3433	0.2900	0.2367	0.1833	0.1300	0.0767	0.0233	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.9322	0.8665	0.8017	0.7375	0.6736	0.6107	0.5468	0.4830	0.4193	0.3556	0.2920	0.2283	0.1647	0.1011	0.0375	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.9227	0.8479	0.7741	0.7011	0.6287	0.5567	0.4847	0.4127	0.3407	0.2687	0.1967	0.1247	0.0527	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.9133	0.8294	0.7467	0.6649	0.5833	0.5033	0.4233	0.3433	0.2633	0.1833	0.1033	0.0233	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	0.9039	0.8109	0.7193	0.6287	0.5387	0.4487	0.3587	0.2687	0.1787	0.0887	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11	0.8945	0.7925	0.6920	0.5927	0.493	0.3967	0.2967	0.1967	0.0967	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12	0.8851	0.7741	0.6649	0.5567	0.4487	0.3433	0.2367	0.1300	0.0233	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	0.8758	0.7558	0.6375	0.5207	0.4033	0.2867	0.1700	0.0533	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
14	0.8665	0.7375	0.6107	0.4847	0.3587	0.2367	0.1133	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
15	0.8572	0.7193	0.5833	0.4487	0.3167	0.1833	0.0500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
16	0.8479	0.7011	0.5567	0.4127	0.2707	0.1300	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
17	0.8386	0.6830	0.5300	0.3767	0.2283	0.0867	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
18	0.8294	0.6649	0.5033	0.3407	0.1967	0.0500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
19	0.8201	0.6468	0.4767	0.3047	0.1500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20	0.8109	0.6287	0.4500	0.2707	0.1133	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
21	0.8017	0.6107	0.4233	0.2327	0.0500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
22	0.7925	0.5927	0.4033	0.2011	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
23	0.7833	0.5747	0.3767	0.1700	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
24	0.7741	0.5567	0.3587	0.1500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
25	0.7650	0.5387	0.3407	0.1300	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
26	0.7558	0.5207	0.3207	0.1133	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
27	0.7467	0.5027	0.3047	0.1011	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
28	0.7375	0.4847	0.2967	0.0911	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
29	0.7284	0.4767	0.2867	0.0867	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
30	0.7193	0.4667	0.2767	0.0811	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000





## تمرین

۱- داده های مربوط به بازده مورد انتظار و انحراف معیار سهام شرکتهای A و B به شرح زیر و همبستگی مورد انتظار بین دو سهم ۰.۱ است . بازده و ریسک مجموعه های

الف : ۱۰۰٪ سهم A

ب : ۱۰۰٪ سهم B

ج : ۶۰٪ سهم A و ۴۰٪ سهم B

د : نسبت مساوی از A و B را محاسبه کنید .

بازده	انحراف معیار	شرکت
14%	20%	A
9%	30%	B